**Задачи на принцип Дирихле.**

  При решении многих задач используются сходные между собой приемы рассуждений, получившие название “ принципа Дирихле “. Задачи на принцип Дирихле воспитывают у учащихся умение устанавливать соответствие между элементами двух множеств. На решение задач по принципу Дирихле нужно посвятить несколько занятий, которые могут быть разделены занятиями на другие темы. Принцип Дирихле можно давать прямо на первых уроках, так как он достаточно рельефно характеризует специфику олимпиадных задач. Кроме того, многие задачи используют идеи принципа Дирихле в решении всей задачи или какой-то её части.

**П Р И Н Ц И П Д И Р И Х Л Е.**

В самой простой и несерьезной форме принцип Дирихле выглядит так: “нельзя посадить семерых зайцев в три клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше двух зайцев “. Другая формулировка “ принципа Дирихле“: если n + 1 предмет поместить в n мест, то обязательно хотя бы в одном месте окажутся хотя бы два предмета. Заметим, что в роли предметов могут выступать и математические объекты - числа, места в таблице, отрезки и т.д.

Задача 1. В корзине лежат 30 грибов - рыжиков и груздей. Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов - хотя бы один груздь. Сколько рыжиков и сколько груздей в корзине.

Задача 2. В мешке лежат шарики двух разных цветов: черного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?

Задача 3. В магазин привезли 25 ящиков с тремя сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков одного сорта.

Задача 4. В квадрате со стороной 1 м бросили 51 точку. Докажите, что какие-то 3 точки из них можно накрыть квадратом со стороной 20 см.

Задача 5. В бригаде 7 человек и их суммарный возраст 332 года. Докажите, что из них можно выбрать трех человек, сумма возрастов которых не меньше 142.

Задача 6. В непрозрачном мешке лежат 5 белых и 2 черных шара. а) Какое наименьшее число шаров надо вытащить из мешка, чтобы среди них обязательно оказался хотя бы один белый шар?

Задача 7. Cколько надо взять двузначных чисел, чтобы по крайней мере одно из них делилось: а) на 2, б) на 7?

Задача 8. Дано 12 целых чисел. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых делится на 11.

Задача 9. Докажите, что в любой копании из пяти человек двое имеют одинаковое число знакомых.

Задача 10. 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть решившие ровно одну задачу, решившие ровно две задачи и решившие ровно три задачи. Докажите, что среди них есть школьник, решивший не менее пяти задач.

Задача 11. В школе 20 классов. В ближайшем доме живут 23 ученика этой школы. Можно ли утверждать, что среди них обязательно найдутся хотя бы два одноклассника?

Задача 12. В школе учится 370 человек. Докажете, что среди всех учащихся найдутся два человека, празднующие свой день рождения в один и тот же день.

Задача 13. Коля подсчитал, что за завтрак, обед и ужин он съел 10 конфет. Докажите, что хотя бы один раз он съел не меньше 4 конфет.

Задача 14. В классе 37 человек. Докажите, что среди них найдутся 4 человека с одинаковым числом дня рождения.

Задача 15. В ящике комода, который стоит в темной комнате, лежат 10 коричневых и 10 красных носков одного размера. Сколько носков нужно достать, чтобы среди них была пара одинакового цвета?

Задача 16. Имеются три ключа от трех чемоданов с разными замками. Достаточно ли трех проб, чтобы открыть чемодан?

Задача 17. Какое наибольшее число полей на доске 8 Х 8 можно закрасить в черный цвет так, чтобы в любом уголке вида из трех полей было бы по крайней мере одно незакрашенное?

Задача 18. Цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 разбили на 3 группы. Докажите, что произведение чисел в одной из групп не меньше 72.

Задача 19. Сто человек сидят за круглым столом, причем более половины из них - мужчины. Докажите, что какие-то двое мужчин сидят друг напротив друга.

Задача 20. На планете Тау - Кита суша занимает более половины площади планеты. Докажите, что тау-китяне могут прорыть тоннель, проходящий через центр планеты и соединяющий сушу с сушей.

Задача 21. Иван-царевич добыл ключи от нескольких комнат в подземелье, но не знал, какой ключ от какой комнаты. Сколько комнат в подземелье, если, как подсчитал Иван-царевич, в худшем случае, ему достаточно 20 проб, чтобы выяснить, какой ключ от какой комнаты.

Задача 22. В погребе стоит 20 одинаковых банок с вареньем. В 8-ми банках клубничное, в 7-ми малиновое, в 5-ти вишневое. Каково наибольшее число банок, которые можно в темноте вынести из погреба с уверенностью, что там осталось еще хотя бы 4 банки одного сорта варенья и 3 банки другого.