* 1. Элементы комбинаторики. Правило суммы и произведения

Комбинаторика - это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов, принадлежащих данному множеству.

Решение многих комбинаторных задач основывается на двух фундаментальных правилах, называемых *правилом суммы*и*правилом произведения.*

***Правило суммы***

Если некоторый объект А может быть выбран из совокупности объектов *n*способами, а другой объект В может быть выбран*m*способами, то выбрать либо объект А, либо объект В можноhttps://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-2yPlMF.pngспособами.

***Правило произведения***

Если объект А может быть выбран из совокупности объектов *n*способами и посла каждого такого выбора объект В может быть выбран*m*способами, то пара объектов (А,В) в указанном порядке может быть выбранаhttps://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-ZoyaDp.pngспособами.

Примеры.

1. В первом ящике 8 шаров, во втором -10 шаров. Сколькими способами можно выбрать один шар из двух ящиков?

► Событие А – выбор шара из первого ящика, он может быть осуществлен 8-ю способами, событие В – выбор шара из второго ящика, он может быть осуществлен 10-ю способами, т.е. *n=*8,*m*=10. Событие А+В – выбор одного шара либо из первого ящика, либо из второго. По правилу суммы находим:https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-kj0qzN.png=8+10=18.

1. Сколько можно составить пятизначных чисел так, чтобы любые две соседние цифры были различны?

► Первую цифру можно выбрать 9-ю способами, вторую – 9-ю способами и т.д., следовательно, всего цифр можно составить https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-G5BcE7.pngспособами (правило произведения).

1.5. Основные формулы комбинаторики

Пусть дано конечное множество *X*, состоящее из*n*элементов.

*Размещением*из*n*элементов по*m*множества*X*называют любые наборы, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком:

https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-6ol9TK.png. (4)

Частный случай размещения – *перестановки*: наборы, состоящие из*n*одних и тех же элементов, отличающиеся только порядком их расположения.

https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-4uEyj7.png*n*!. (5)

*Сочетанием*из*n*элементов по*m*множества*X*называют любые неупорядоченные наборы, которые отличаются хотя бы одним элементом:

https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-WEqFVL.pnghttps://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-RsA7zn.png. (6)

Отсюда может быть выведена формула *размещения*, более удобная для счета:

https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-BE5L81.pnghttps://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-2kVIfK.png. (7)

*Перестановки с повторениями*– это различные конечные наборы из*n*элементов, в которыхhttps://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-F68cTl.pngэлементов принадлежат одному виду,https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-a0kprs.pngэлементов – другому виду и т.д. иhttps://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-j3rEtX.png.

https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-XvolBx.png=https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-DKEGzw.png. (8)

Примеры.

1. Сколько различных двузначных чисел можно составить из чисел 1,2,3,4?

►https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-CYj6x1.png.

1. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из чисел 1,2,3,4?

►https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-EreRJK.png.

1. Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика с десятью деталями?

►https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-v7hOib.png

1. Сколько различных шестизначных чисел можно составить из трех единиц, одной двойки и двух троек?

►https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-XrVfBD.png

*Сочетания с повторениями*

Сочетанием из *n*элементов множества*X*по*m*с повторениями называют любые неупорядоченные наборы, состоящие из*m*элементов, каждый из которых принадлежит к одному из*n*видов.

https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-SFbpO4.png(9)

Например, из трех различных элементов https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-xQ1Ttw.pngможно составить следующие сочетания с повторениями:https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-Zs_NnG.png.

►https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-4MfV6b.png.

*Размещения с повторениями*

Пусть *X*– множество из*n*элементов. Достаем один элемент, фиксируем, кладем элемент обратно. Выборку производим*т*раз. Число таких наборов из*n*элементов множества*X*по*m*равно

https://studfiles.net/html/2706/672/html_uHJysrDn7C.utB8/img-L8a72m.png. (10)