**ДЕЛИМОСТЬ.**

Задача 1

Имеются 5 листов бумаги. Некоторые из них порвали на 5 кусков каждый. Некоторые из полившихся кусков на 5 частей и. т.д.

Можно ли, продолжая эту операцию, получить 2008 листов?

Решение.

Если мы разбиваем любой листок на 5 кусков, то прибавляется 4 новых куска. Всего количество кусков будет: 5 + 4 + 4 + 4 + 4 + … .

Если посмотреть количество вновь появившихся кусков, то получаем, 2008 – 5 = 2003. Число 2003 не делится на 4, поэтому получить 2008 листов невозможно.

Ответ: невозможно

Задача 2

Из чисел от 1 до 252 выбросили все числа, делящиеся на 2, но не делящиеся на 5, и все числа, делящиеся на 5, но не делящиеся на 2.

Сколько осталось чисел?

Решение.

В каждом десятке останется по 5 чисел. Но до 250 всего 25 десятков. Получаем 25 \* 5 =125.

Ещё остаются два числа: 251, 252. Из них вычеркивается число 252.

Всего осталось 25 \* 5 + 1 = 126 (чисел).

Ответ: 126 чисел

Задача 3

Может ли сумма двух последовательных натуральных чисел быть простым числом?

Решение.

Для утвердительного ответа на этот вопрос достаточно придумать пример, 1 + 2 = 3, где три – простое число.

Ответ: может.

Задача 4

Кузнечик прыгает по прямой каждый раз в одном из двух направлений, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй – на 2 см, в третий – на 3 см и т. д. Докажите что после 1985 прыжков он не может оказаться там, где начинал.

Решение.

Так как сумма ± 1 ± 2 ± … ± 1985 содержит нечетное число нечетных слагаемых, то результат будет нечетным. Для того чтобы он оказался там где начинал, нужно, чтобы эта сумма была равна 0.

Задача 5

Докажите, что произведение любых трех последовательных чисел делится на 6.

Решение.

Среди трех последовательных чисел есть как минимум одно четное и одно, делящееся на 3. Значит, их произведение разделится на 6.

Задача 6

Квадрат натурального числа состоит из цифр 0; 2; 3; 5. Найдите его

Решение.

Квадрат числа не может оканчиваться цифрами 2 или 3, или одним нулем. Значит, последняя цифра равна 5, тогда цифра десятков равна 2. Следовательно. Искомое число 3025

Ответ: 55

Задача 7

На конференции собрались марсиане, у каждого было по 7 конечностей, и земляне, у которых было по 4 конечности. Сколько было землян, если всего было 53 конечности?

Решение.

7х +4у =53, у = (53-7х)/4, у=13-2х+(х+1)/4, х+1 делится на 4, иначе у не будет целым. Но х <53: 7, т.е. х< 8. Значит, х = 3(у=8) или х=7(у=1). Землян 8 или 1

Ответ: 8 или 1.

Задача 8

7,\*,\*,\*,\*,\*,\*,9. Замените звездочки числами так, чтобы сумма любых трех соседних чисел равнялась 20.

Решение.

Рассмотрим две соседние суммы «7аб» и «аб?», вместо ? должна стоять цифра 7. Аналогично для двух последних сумм, 4-я цифра с конца получается 9.

Ответ: 79479479

Задача 9

Докажите, что натуральное число, состоящее из 30 единиц и какого- то количества нулей, не может быть полным квадратом.

Решение.

Сумма цифр числа-30, значит, число делится на 3, но не делится на 9. Но полный квадрат делился бы на 9.

Задача 10

Какое наименьшее натуральное N такое, что N! делится на 770?

Решение.

770=7\*11\*10, значит, N! делится на 11. Наименьшее выражение, содержащее множитель 11, будет 11!, в это произведение будут входить и 7, и10.

Задача 11

Докажите, что среди любых шести чисел есть два, разность которых делится на 5.

Решение.

Рассмотрим остатки при делении на 5. Их может быть 5 видов. Чисел 6, значит, среди них найдутся хотя бы два с равными остатками. Их разность разделится на 5.

Задача 12

В строку вписано 5 натуральных последовательных чисел. Докажите, что либо одно из них делится на 5, либо сумма нескольких стоящих рядом чисел делится на 5.

Решение.

При делении на 5 остатки: 0,1,2,3,4. Значит, одно из пяти чисел имеет остаток 0, а значит, делится на 5.